mat 11-001

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

1) а) min кол-во цифр для суммы 2023: $2023 \equiv 7 \pmod 9 \Rightarrow 2023 - 7 = k \cdot 9$.

$n \in N$

$k = \frac{2016}{9} = 224$. ; Кол-во цифр: $k+1 = 224+1 = 225$

$\underbrace{9+9+\ldots+9}_{224}+7 = 2023$

Значит: $n^3 < 10^{225}$ (т.к. 10^{225} содержит 225+1 цифру)

$n < 10^{\frac{225}{3}} \Rightarrow n < 10^{75}$. Отсюда $n(\max) = 10^{75}-1$.

$n(\max)^3 = (10^{75}-1)^3 = 10^{225} - 3\cdot 10^{150} + 3\times 10^{75} - 1 = \underbrace{9\ldots9}_{74}7\underbrace{0\ldots0}_{150} + 2\underbrace{9\ldots9}_{75} =$

$10^{225} - 3\cdot 10^{150} = \underbrace{9\ldots9}_{74}7\underbrace{00\ldots0}_{150}$; $= \underbrace{9\ldots9}_{74}\,700\ldots02\underbrace{9\ldots9}_{75}$.

$3\times 10^{75}-1 = 2\underbrace{99\ldots9}_{75}$; Сумма цифр$(n(\max))^3 = 9\times 74 + 7 + 2 + 9\times 75 = 9\times 150 < 2023$,

~~(Значит: нет таких $n \in N$)~~

б) $n \in N$

$n^3 = \underbrace{a_0 a_1 \ldots a_k}_{2023}$; $2023 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow \frac{2023-1}{3} = k = 674$.

$(10^{674})^3 = 10^{2022} = 1\underbrace{0\ldots0}_{2022}$.

Значит: есть $n \in N$ кол-во цифр, которых равно ровно $2022+1$.

2) а) $\cos(2^x) + \cos(2^{x+1}) = 0$ $\quad$ *) $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$.

$\cos(2^x) + \cos(2\cdot 2^x) = 0$

$\cos(2^x) + 2\cos^2(2^x) - 1 = 0$; $\cos(2^x) = t$

$2t^2 + t - 1 = 0$; $D = b^2 - 4ac = 1 + 8 = 9$; I) $t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2}$

II) $t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = -1$.

I) $\cos(2^x) = \frac{1}{2}$. $\qquad$ II) $\cos(2^x) = -1$

$2^x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$ $\qquad$ $2^x = \pi + 2\pi k$.

$y(x) = \cos(2^x) + 2\cos^2(2^x) - 1$

б) $y(\max) = \frac{3}{\pi}\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{9} - 1 + 2\pi k = \frac{5\pi}{9} - 1 + 2\pi k$

$y(\min) = -\frac{3\pi}{9} + \frac{2\pi}{9} - 1 + 2\pi k = -\frac{\pi}{9} - 1 + 2\pi k$.

mat 10-001

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Парақ / Страница № 1.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Задание-1.

а) ОЛИМПИАДА

7 цифр

какое-то число abcdecfgf ⋮ 999

возьмем число 153478·999 = 153324522 ⋮ 999 и 9-значное, но нельзя поменять буквы в слове, чтобы число подходило.

Ответ: нельзя, но можно если буквы можно менять местами.

б)

какое-то число abcdecfgt ⋮ 1001

возьмем число 8649371·1001 = 8735864771 ⋮ 1001 и 9-значное, но не подходит. ~~но~~ ~~8~~ Однако можно поменять буквы местами: пусть О-3; Л-5; И-8; М-6; П-4; А-7; Д-1, тогда получаем слово ИАОЛИМПАД.

Ответ: можно только если буквы можно менять местами.

Задание-2.

а) 1,2,3,4,5,6,7,8

при замене чисел x и y их заменяют числа a и $б$

$a = \frac{x-y}{\sqrt{2}}$, $б = \frac{x+y}{\sqrt{2}}$

1,1, 3,3,4,5,7,8

т.к. чтобы получить целое число, нужно сделать минимум 2 замены. Тут видим, что нету 2 и 6 => x и y это 2 и 6

$a = \frac{6-2}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ $b = \frac{6+2}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

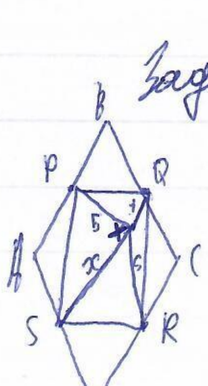
$1, 2\sqrt{2}, 3, 4\sqrt{2}, 5, 7, 8, 4$ => чтобы убрать корень заменим числа еще раз

$a = \frac{4\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$ $b = \frac{4\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6$

1,2,3,4,5,6,7,8. => нельзя получить такие числа (1,1,3,3,4,5,7,8)

б) по тому же принципу нельзя получить такие числа.

Задание-3



PQRS-прямоугольник

ромб ABCD
P,Q,R,S-середины сторон.
X-внутри ромба
XP=XR=5
XQ=1
XS-? доказать AB<8

mat10-002

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

Задание 1

a) О=9, Л=9, И=9, М=0, П=9, А=0; Д=0, А=0

сумма цифр: 36, не делиться на 111, значит не делиться на 999

b) О=1, Л=0, И=0, М=1, П=0, А=0, Д=0, А=1

Сумма цифр: 3 Не делиться на 11, значит не делиться на 1001

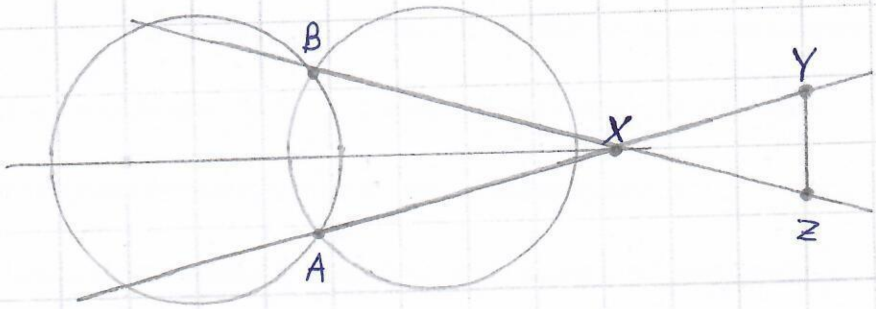
mat11-005

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

1. а) бола алмайды
б) мүмкін емес

3.



Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

mat 11-004

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

1-тапсырма

а) Натурал санның кубының ондық жазбасындағы цифрларының қосындысы 2023-ке тең бола алмайды.

Себебі: бұл жердегі ең үлкен санның кубының қосындысы 2187-ге тең

б) Натурал санның кубының ондық жазбасында дәл 2023 цифр болуы мүмкін емес.

2-тапсырма

а) $\cos(2^x)+\cos(2^{x+1})=0$ (Көрсеткіш дәрежелер қасиетін пайдаланып есепті шығарамыз)

$\cancel{\cos} 2^x+\cos 2^{x+1}=\cos 2^0$

$x+x+1=0$

$2x+1=0$

$x=-\frac{1}{2}$ Жауабы: $x=-\frac{1}{2}$

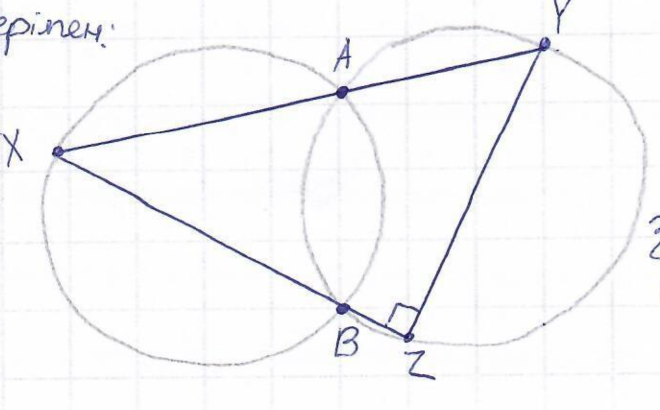
b) $f(x)=\cos(2^x)+\cos(2^{x+1})$

Т/к: $x_{min}=?$; $x_{max}=?$

Жауабы: $x_{min}=-\frac{1}{2}$ $x_{max}=\frac{1}{2}$

3-тапсырма.

Берілген:



Шешуі:

б) Биіктік қасиеттері бойынша, тік бұрышты үшбұрыштардың жүргізілген барлық биіктері бір нүктеде қиылысады.

а) Биссектриса қасиеттері бойынша, тікбұрышты үшбұрыштың ішінде жүргізілген әр биссектрисалар бір нүктеде қиылысады. (Және ол сырттай сызылған шеңбердің радиусына тең болады).

matt11-006

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

N 1

a) жоқ

в) себебі натурал санның кубының нүктесінде 2025 шықпайды-

$1100+800+125=2025$

N 2

$\cos(2^x)+\cos(2^{x+1})=0$

$2\cos(3\cdot 2^{x-1})\cos(\cdot 2^{x-1})=0$

$2\cos(3\cdot 2^{x-1})\cos(2^{x-1})=0$

$\cos(3\cdot 2^{x-1})\cos(2^{x-1})=0$

$\cos(3\cdot 2^{x-1})=0$

$\cos(2^{x-1})=0$

$x=1+\log_2\left(\frac{\pi+4n\pi}{6}\right), n\in Z$

$x\neq 1+\log_2\left(\frac{3\pi+4n\pi}{6}\right), n\in Z$

$x=1+\log_2(\pi+4n\pi)-1, n\in Z$

$x=1+\log_2(\pi+4n\pi) n\in Z$

$f(x)=\cos(2^x)+\cos(2^{x+1})$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

2-тапсырма

а) $\cos(2^x) + \cos(2^{x+1}) = 0$

$2\cos\frac{2^{x+1}+2^x}{2}\cos\frac{2^{x+1}-2^x}{2} = 0$

$2\cos\frac{2^x(2+1)}{2}\cos\frac{2^x(2-1)}{2} = 0$

$\cos(\frac{3}{2}\cdot 2^x)\cdot\cos(\frac{1}{2}\cdot 2^x) = 0$

$\cos(\frac{3}{2}\cdot 2^x) = 0$ $\quad$ $\cos(\frac{1}{2}\cdot 2^x) = 0$

$\frac{3}{2}\cdot 2^x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $\quad$ $\frac{1}{2}\cdot 2^x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$2^x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}$ $\quad$ $2^x = \pi + 2\pi k$

$x = \log_2 \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}$ $\quad$ $x = \log_2 \pi + 2\pi k$

mat 11-002

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

1-тапсырма.

$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3=2023$?

$1+8+327+64+125+216+343+512+729=2025$

$2023 \neq 2025$

2-тапсырма.

$\cos(2^x)+\cos(2^{x+1})=0$

$x+x+1=0$

$2x=1$

$x=\frac{1}{2}$

$\cos(2^{\frac{1}{2}})+\cos(2^{\frac{3}{2}})=0$

$\cos(\sqrt{2})+\cos(\sqrt{8})=0$

$\cos(\sqrt{2}+\sqrt{8})=0$

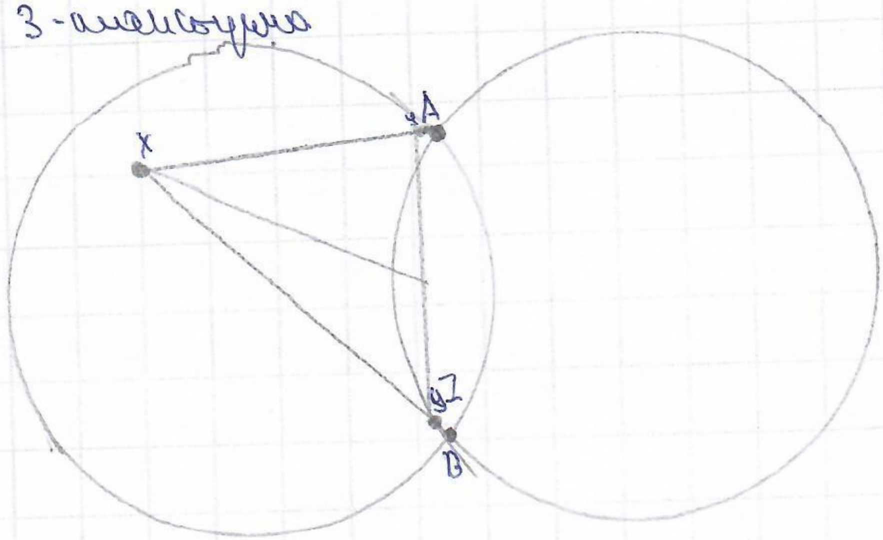
$2^x=t$

$2'$

$\cos(2^x+2^{x+1})=0$

$\cos(24^{2x+1})=0$

3-тапсырма



mat 10-004

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

3. Бер: $ABCD$ ромб

P, Q, R, S - нүктелер

X - ромбтың ішінде жатқан нүкте.

$XP = XR = 5$

$XQ = 1$

а) т.к $XS = ?$

Шеш:

$XQ = XS$; $XQ = 1$ $XS = 1$

1. а) ОЛИМПИАДА
2 0 3 4 5 3 6 7 6

б) ОЛИМПИАДА
0 1 0 0 1 0 0 1 0

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

mat 10 - 003

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

1. а) Болады

Ш: а саны 999-ға бөлінетіндігін анықтау қажет, ол үшін $a \geq 999$ болу керек және а санының цифрларының қосындысы 9-ға тең болу керек, мысалы:

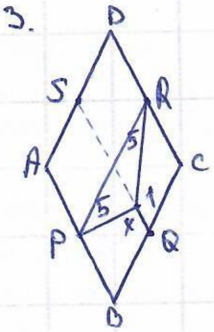
$999 \cdot 2 = 1998$ $1+9+9+8=27$ $2+7=9$

$999 \cdot 3 = 2997$ $2+9+9+7=27$ $2+7=9$

$999 \cdot 1 = 999$ $9+9+9=27$ $2+7=9$, сонда 1 тәсіл

2 0 3 4 5 3 6 7 6 $\Rightarrow 2+0+3+4+5+3+6+7+6=36$ $3+6=9$

3.



1.б) Болмайды

2. а) жоқ

б) иә

1.

Олимпиада.

О = 0

Л = 1

И = 0 не 1.

М = 0 не 1.

П = 0

Н = 0

Д = 0 не 1.

а) И = 0 М = 1.

(010100)010010010

И = 1 М = 0

100100100

И = 1 М = 1.

110100110.

б) И = 0 Д = 1

010010010.

2. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

$\frac{x-y}{\sqrt{2}}$, $\frac{x+y}{\sqrt{2}}$.

а) 1, 1, 3, 3, 4, 5, 7, 8.

3. ABCD - ромб

P, Q, R, S - орт. жабырлалары.

X = нүкте.

XP = XR = 5

XQ = 1.

XS = ?

AB = 8

Шешуі:

а) XQ = 1 XS = 2a - 1 XR + XS = 2a

XS = 2a - XR = 2a - 2a = 0.

mat9-002

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №

1. а) $\begin{cases} x - \frac{1}{y} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{y} \\ y - \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow y = 1 + \frac{1}{x} \end{cases}$

$\cancel{\frac{1}{y}} - \cancel{\frac{1}{y}} + y - \frac{1}{\frac{1}{y}} = 1$

$y - \frac{y}{1} = 1$

$y = y - 1$

$x - \frac{1}{1+\frac{1}{x}} + 1 + \cancel{\frac{1}{x}} - \cancel{\frac{1}{x}} = 1$

$x - \frac{1}{1+\frac{1}{x}} = 0$

$x = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$

$y = 1 + \frac{1}{x} = y - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{y-1}$

$\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y} + y - \frac{1}{\frac{1}{y-1}} = 1$

$\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y} + \cancel{y} - \cancel{y} - 1 = 1$

$\frac{1^{y}}{y-1} - \frac{1^{y-1}}{y} = 2$

$\frac{y - y - 1}{y^2 - y} = 2$, $-1 = 2(y^2 - y)$.

$1 = -2(y^2 - y)$

$y - \frac{1}{x} = -2(y^2 - y)$

б) $\begin{cases} x - \frac{1}{y} = 1 \Rightarrow x = 1 + \frac{1}{y} \\ y - \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow y = 2 + \frac{1}{x} \end{cases}$

$1 + \cancel{\frac{1}{y}} - \cancel{\frac{1}{y}} + y - \frac{1}{1+\frac{1}{y}} = 3$

$y - \frac{1}{1+\frac{1}{y}} = 2.$

3. а) $2x + 3x + 7x = 180$

$12x = 180$

$x = 15 \Rightarrow$ бұр.-ры: 2, 3, 7 болатын үшб-ш табылады.

$2x = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$ Бұрыштары:

$3x = 3 \cdot 15^\circ = 45^\circ$

$7x = 7 \cdot 15^\circ = 105^\circ$

б) $3x + 4x + 6x = 180$

$13 \cdot x = 180$

$x \neq 13,(11) \Rightarrow$ бұрыштары: 3, 4, 6 болатын үшбұрыш табылмайды

2 а) $\frac{x}{12} = a$ (,7) (а-12-нің толық бөліндісі)

$\frac{x}{42} = b$ (,11) (b-42-нің толық бөліндісі)

табылмайды.

Демек: $95 : 42 = 2(,11)$ $a = 8$

$95 : 11 = 8(,7)$ $b = 2$

б) $\frac{x}{11} = a$ (,7) (а-11-нің толық бөліндісі)

$\frac{x}{42} = b$ (,11)

табылады.

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять